

Питання до заліку з вищої математики

1. Матриці та їх види.
2. Дії над матрицями.
3. Визначник матриці та його обчислення.
4. Поняття вектора. Дії над векторами. Скалярний добуток векторів
5. Векторний добуток векторів.
6. Мішаний добуток векторів.
7. Поняття границі. Нескінченно малі та нескінченно великі величини.
8. Основні теореми про границі.
9. Поняття похідної. Основні правила диференціювання.
10. Зростання, спадання та екстремум функції.
11. Загальна схема дослідження функції та побудови її графіка.
12. Похідна складеної функції.
13. Дослідити функцію і побудувати графік $y = x^3 - 3x^2$
14. Дослідити функцію $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ і побудувати графік.
15. Дослідити функцію $y = x^3 - 12x$ і побудувати графік.
16. Дослідити функцію і побудувати графік $y = x^3 - x^2 + 1$
17. Дослідити функцію і побудувати графік $y = 2x^3 + x^2 + 2$
18. Дослідити функцію і побудувати графік $y = x^3 - 3x$
19. Дослідити функцію і побудувати графік $y = 2x^3 - 3x^2$
20. Дослідити функцію і побудувати графік $y = 5x^3 + 7x$
21. Дослідити функцію і побудувати графік $y = 3x^3 - 3x^2 - 2$
22. В трикутнику з вершинами А (2;7), В (5;-4), С (-3;2) знайти довжини сторін.
23. В трикутнику з вершинами А (3;8), В (6;-5), С (-4;3) знайти довжини сторін.
24. Знайти скалярний добуток векторів та кут між ними $\vec{a} = (4;0)$ і $\vec{b} = (2;-2)$
25. Знайдіть векторний добуток векторів \vec{AB} та \vec{AC} , якщо $A(1; -3; 2)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(5; 0; -2)$
26. Знайти векторний добуток векторів $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ і $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$
27. Виконати дії над комплексними числами: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$; z_1^2 , якщо $z_1 = 2 + 3i$; $z_2 = 3 - 5i$
28. Виконати дії над комплексними числами: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$; z_1^2 , якщо $z_1 = 3 + 2i$; $z_2 = 4 - 3i$.
29. Виконати дії над комплексними числами: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$; z_1^2 , якщо $z_1 = 3 + 2i$; $z_2 = 5 - 3i$.
30. Виконати дії над комплексними числами: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$; z_1^2 , якщо $z_1 = 1 + 3i$; $z_2 = 2 - 5i$
31. Виконати дії над комплексними числами: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$; z_1^2 , якщо $z_1 = -1 + 2i$; $z_2 = 2 - 4i$
32. Виконати дії над комплексними числами: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$; z_1^2 , якщо $z_1 = 2 - 6i$; $z_2 = 1 - 5i$
33. Виконати дії над комплексними числами: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$; z_1^2 , якщо $z_1 = -3 + 3i$; $z_2 = 2 - 2i$

34. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x}{5x}$

35. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - x^2 + 1)$

36. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^3 - x^2 - 8x + 10)$

37. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$

38. Знайти границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2}{x^3 + 3x^2 + 1}$

39. Знайти точку перетину прямих $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1}$ та $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-1}{4}$

40. Знайдіть точки перетину ліній $x^2 + y^2 = 9$ та $x + y - 3 = 0$

41. Знайдіть точки перетину ліній $x^2 + y^2 = 9$ та $x + y - 5 = 0$

42. Написати рівняння кола з центром $O(2; -3)$, радіусом $r = 6$

43. Написати рівняння кола з центром $O(3; -4)$, радіусом $r = 7$

44. Напишіть рівняння кола з центром в точці $(-2; 3)$, радіусом 4.

45. Напишіть рівняння прямої, що проходить через дві точки $A(-2; 3)$, $B(-1; -4)$.

46. Обчислити визначник матриці:

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

47. Додати матриці A і B якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

48. Знайти лінійну комбінацію $3A - 2B$, якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

49. Знайти добуток матриць A і B , якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

50. Обчислити визначник третього порядку:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & 10 \\ 4 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

51. Розв'язування систему рівнянь за правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 14 \\ 3x - y + 2z = 5 \\ x + 2y - z = 7 \end{cases}$$

52. Помножити матриці

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

53. Вкажіть значення алгебраїчного доповнення A_{31} матриці $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

54. Обчислити $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 6 \end{vmatrix}$

55. Обчисліть визначник $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix}$

56. Знайдіть x даної системи $\begin{cases} x - 3y - z = 4 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + y - 4z = 0 \end{cases}$

57. Знайдіть y даної системи $\begin{cases} x - 3y - z = 4 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + y - 4z = 0 \end{cases}$

58. Знайдіть z даної системи $\begin{cases} x - 3y - z = 4 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + y - 4z = 0 \end{cases}$

59. Знайдіть лінійну комбінацію $2A + B$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

60. Обчисліть визначник $\begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & 7 \end{vmatrix}$

61. Обчисліть визначник $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 5 & -3 & 8 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

62. Знайти похідну $(3x^2 \sin 5x)'$.

63. Знайдіть похідну функції $y = 2x^3 \cdot \sin 7x$

64. Знайдіть похідну функції $f(x) = x \cdot \ln x$.

65. Знайдіть похідну функції $y = e^{\sin 5x}$

66. Знайдіть похідну функції $y = 2x^3 - \sin^2 x$.

67. Тіло рухається за законом $S = \frac{2}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 7t + 3$ (м). Знайти швидкість в момент часу 1с.